



# Stödmaterial matematiksvårigheter

**Att intensifiera insatser i matematik  
Referensdokument**

## Förord

Specialpedagogiska skolmyndighetens förhoppning är att detta stödmaterial kan bidra till kunskap om matematiksvårigheter och vara ett stöd i lärares och elevhälsans arbete i att ge stöd till varje enskild elev i sin matematikutveckling. Att beskriva matematiksvårigheter och dess orsaker på ett sätt så att det ger stöd till lärare och elevhälsa i det dagliga arbetet är en komplex uppgift. Vi vill därför rikta ett stort tack till er som i olika omfattning och på olika sätt, med stort engagemang, generöst har delat med er av er kunskap i framtagandet av detta stödmaterial.

**Tack till Rickard Östergren**, docent i pedagogik med matematikdidaktisk inriktning vid Linköpings Universitet, för tålmodighet och vetenskapligt stöd.

### **Tack också till**

**Cecilia Kilhamn**, forskare och pedagogisk utvecklare, Nationellt centrum för matematikutbildning vid Göteborgs universitet

**Helena Roos**, forskare och lektor vid Malmö Universitet

**Jessica Håkansson**, universitetsadjunkt i specialpedagogik med specialiseringsansvar för matematikutveckling

**Kristina Persson**, speciallärare i matematik.

**Lena Karlsson**, universitetsadjunkt och doktorand vid Linnéuniversitetet.

**Martina Östergren**, speciallärare i matematik samt gymnasielärare

# Innehåll

---

<b>Intensifiera</b> .....	<b>1</b>
<b>RTI – stöd i flera lager</b> .....	<b>1</b>
Extra anpassningar och särskilt stöd.....	3
<hr/>	
<b>Intensiva insatser</b> .....	<b>4</b>
Planera en insats .....	5
Hitta fokusområde.....	5
Genomföra en insats.....	6
Uppvärmning .....	6
Modellering – jag gör .....	7
Guidad praktisering – vi gör .....	7
Självständig praktisering – du gör.....	7
Avslut och sammanfattning av lektionen .....	8
Utvärdera insatsen.....	8
<hr/>	
<b>Övergripande strategier vid en insats</b> .....	<b>9</b>
Systematiska instruktioner .....	9
Specifikt och korrekt språk.....	9
Väl valda representationsformer .....	10
Tallinjen .....	10
Textuppgifter.....	11
Aktiviteter på tid .....	11
<hr/>	
<b>Referenser</b> .....	<b>12</b>
<b>Bildbilaga</b> .....	<b>15</b>
Bild 1 Delar i en intensiv insats .....	15
Bild 2 Exempel på konkreta och halvkonkreta representationsformer .....	15
Bild 3 Rekommendationer vid stödinsatser .....	16

## Intensifiera

Elevers behov av insatser i matematik varierar vanligtvis i både omfattning, form och över tid. Återkommande studier (Gersten et al., 2009; Fuchs et al., 2021) visar dock att det alltid kommer att finnas elever som under sin skoltid behöver återkommande och intensivt stöd i form av mer lärarledd och systematisk undervisning. Brist på relevant stöd kan leda till att elever får svårare att klara av skolans matematik men också i förlängningen till problem med att hantera vuxenlivets vardagsmatematik.

När du som läsare har kommit så här långt i stödmaterialiet är det en fördel om du har tagit del av de grundläggande delarna av innehållet, som exempelvis en tillgänglig och inkluderande matematikundervisning. Med avstamp i tidigare delar följer här en fördjupning med betoning på intensiva insatser för elever i matematiksvårigheter.

Den här delen av stödmaterialiet handlar om hur en intensiv insats kan utformas med stöd i forskning och effektutvärderingar. Fokus är matematiksvårigheter och syftet är att bidra med ytterligare kunskap och inspiration kring stödåtgärder som kan utveckla matematiska förmågor och färdigheter. Genom en väl strukturerad och systematisk undervisning kan elever i matematiksvårigheter identifieras utifrån hur de svarar på riktade insatser och stöd i flera lager.

## RTI – stöd i flera lager

Oavsett när matematiksvårigheter uppstår, om det är i förskoleklass eller högre upp i åren, behövs ett system som identifierar och fångar upp. I bästa fall upptäcks elevers behov innan de har blivit alltför omfattande. Då insatser ska anpassas efter den enskilda elevens förutsättningar och behov behöver det finnas en variation av omfång och intensitet på åtgärderna. Exempel på ett system av stöd i flera lager är RTI, Response to Intervention. Lager är vår översättning av engelskans ”tier”. RTI finns beskrivet i flertalet studier (Björn et al., 2018; Nilvius, 2018, 2022) och innebär att stödet ges i olika lager beroende på vilket behov av stöd som eleven har. Förutom att RTI syftar till att förebygga inlärningssvårigheter och att tidigt identifiera stödbehov, är det också ett sätt att undersöka hur väl en insats svarar mot elevens behov. Fokus riktas mot verksamheten och hur den förmår att anpassa undervisningen och i mötet med eleverna tillämpa lämpliga metoder som utvecklar deras förmågor. Det är därför framför allt en utvärdering av själva undervisningen och insatsen.

Det som kännetecknar RTI, utöver att stödet ges i lager, är att det är datadrivet. Det innebär att bedömningen om vilket stöd som ska sättas in bygger på tester som eleven genomför. Testerna ska vara snabbt genomförbara, valida och reliabla (Nilvius, 2018). Det betyder att testerna mäter det de ska och att de är tillförlitliga. Resultaten används för att individualisera efterföljande insatser så att de möter elevens behov. Återigen är det viktigt att poängtera att testresultaten ställs i relation till undervisning och valda metoder, detta för att hitta rätt insats till eleven (Nilvius, 2018). I sammanhanget är det också viktigt att betona betydelsen av att tester utförs på ett sätt som inte riskerar en elevs välmående. Som uppmärksammats tidigare i det här stöd materialet är en trygg och förtroendefull relation mellan lärare och elev betydelsefullt för en framgångsrik undervisning, vilket också gäller själva testsituationen.

Tillgången på screeningmaterial i matematik är begränsat. En del skolor väljer därför att skapa egna diagnostiska material eller att plocka delar av befintliga matematiska screeningmaterial som finns att tillgå. Huvudsaken är att synliggöra elevens utgångsläge, styrkor och stödbehov för att sedan kunna följa detta över tid.

RTI delas vanligtvis in i tre lager med stigande intensitet av åtgärder vilket Gersten et al. (2009) beskriver så här:

- Lager 1, innebär ordinarie undervisning på ett sätt som gynnar så många som möjligt i undervisningsgruppen. Undervisningen ska vila på vetenskapligt förankrade metoder.
- Lager 2, riktar sig mot de elever som inte utvecklar adekvata förmågor i matematik genom undervisning i föregående lager. Undervisningen är mer intensiv och individualiserad.
- Lager 3, består av ännu mer fokuserade, intensifierade och individualiserade insatser.

Insatser i lager 2 och 3 organiseras vanligtvis i mindre grupper eller enskilt. Fokus är dock inte hur undervisningen organiseras utan det är själva intensifieringen och individualiseringen av insatsen som är det viktigaste.

Om undervisningen i lager 1 inte har gett önskad effekt bör lärarens instruktioner i lager 2 vara ännu mer explicita och systematiska. Det innebär att eleven på ett målinriktat sätt får träna olika förmågor. Eleven får även stöd i att utvärdera sitt lärande under arbetets gång, bland annat genom att få och svara på återkoppling. Undervisningen utgår från en modell som presenteras av läraren och som eleven efter hand arbetar med alltmer självständigt. Läraren finns hela tiden med och ger återkoppling. Det är

viktigt att eleven får goda möjligheter att tänka högt för att utforska och sätta ord på sitt matematiska tänkande. Detta kallas för explicita instruktioner eller explicit undervisning och avses alltså ett strukturerat pedagogiskt förhållningssätt (SPSM, 2020).

Roos & Bagger (2022) beskriver att arbetet med explicita instruktioner kräver tid, både för lärarens planering och för själva genomförandet. Det ställer dessutom krav på den enskilda lärarens förmåga att planera den stödjande instruktionen, noggrant välja uppgifter i relation till aktuellt arbetsområde och kunna ge korrekt återkoppling till eleven. Till detta kommer också utmaningen att tillgodose elevens behov av riktade och varierade representationsformer. De framhåller dock att trots dessa utmaningar tycks explicita instruktioner både minska svårigheter och stimulera ett hållbart lärande för elever i behov av stöd i matematik. Studier (Hughes et al., 2017) visar att explicita instruktioner har undersökts utifrån olika forskningsfält genom åren och att det finns ett brett stöd för deras effekt då det gäller elever i bland annat matematiksvårigheter.

För elever som har stora och uppenbara behov av stöd i matematik riskerar insatserna på nivå 2 att vara otillräckliga. Vid planering och beslut kring insatser bör detta tas i beaktande så att de elever som redan från början behöver en insats som är mer intensiv och under en längre period får det. Att ”vänta-och-se” kan leda till att adekvat stöd undanhålls för den enskilda eleven och att problematiken växer (Fuchs et al., 2012).

### **Extra anpassningar och särskilt stöd**

Det är företrädevis i amerikansk kontext som RTI har studerats. Björn et al. (2018) har skrivit om hur RTI skulle kunna införas i den finska skolans ramverk. En nyligen genomförd studie (Nilvius, 2022) har undersökt effekten av en fullskalig RTI i syfte att förbättra svenska skolelevs läsförmåga. Ett sätt att beskriva hur RTI kan utformas i svensk skolkontext är att utifrån en screeningperiod genomföra interventioner med stigande intensitet av åtgärder (Nordström & Svensson, 2017). Det lager på lager-arbete som beskrivits ovan kan liknas med de nivåer som föreskrivs i svensk skollag gällande ledning och stimulans, extra anpassningar och särskilt stöd.

I skolans kompensatoriska uppdrag ingår det att skolan ska sträva efter att uppväga skillnader i elevers förutsättningar för att tillgodogöra sig utbildningen. Skolan behöver då se över organisationen runt eleven; hur resurser fördelas, vilka pedagogiska metoder och arbetssätt som används, hur den aktuella elevgruppen fungerar och hur elevens lärmiljöer är organiserade (Skolverket, 2022). Lagkraven gällande ledning och stimulans,

extra anpassningar och särskilt stöd syftar till att göra bedömningar av en elevs behov av stöd med utgångspunkt i hur eleven utvecklas i riktning mot att uppfylla betygskriterier eller kriterier för bedömning av kunskap som minst ska uppnås. Det är stödinsatsens omfattning och karaktär som avgör om det rör sig om en extra anpassning eller ett särskilt stöd. De två stödformerna utesluter inte heller varandra (Skolverket, 2022). Som beskrivits tidigare så syftar en RTI-utformad undervisning till att identifiera och fånga upp stödbehov för att ge insatser i olika lager. Liksom det inte direkt går att översätta RTI:ns lager på lager till de tre nivåerna ledning och stimulans, extra anpassningar och särskilt stöd är det inte heller möjligt att definiera vad som i det enskilda fallet utgör en extra anpassning eller ledning och stimulans.

Möjligheten att tidigt upptäcka om en elev kommer ha svårt att uppfylla de betygskriterier eller kriterier för bedömning av kunskaper som minst ska uppfyllas påverkas av hur undervisningen utformas och följs upp. I arbetet med att uppmärksamma elevers behov utgör elevhälsans personal och samverkan med övrig personal en viktig framgångsfaktor. Det insatta stödet behöver utvärderas och bedömas för att se om arbetssättet är effektivt eller om det behöver förändras för att eleven ska ges förutsättningar att utvecklas med det givna stödet. Rektors ansvar är att se till att det finns tillräckliga resurser för att tillgodose elevernas behov och vid behov omprioritera resurser på skolenheten samt att se till att elevhälsans kompetens tas tillvara. Det är därför av betydelse att organisera så att rektorn får den information om en elevs eventuella behov av stödinsatser som rektorn behöver. Detta för att rektor ska kunna ta sitt ansvar för att insatserna följs upp och att betydelsefull information inte tappas bort (Skolverket, 2022). Det systematiska kvalitetsarbetet behandlas djupare i delen Att organisera för stöd i matematikundervisningen. I sammanhanget är eleven och elevens vårdnadshavare viktiga att lyssna in, för att ta tillvara de kunskaper och erfarenheter de har om elevens skolsituation och tankar kring utformningen av stödåtgärder (Skolverket, 2022).

## Intensiva insatser

Effektiva insatser för elever i matematiksvårigheter har det gemensamma att utformning av undervisning och instruktioner är systematiska och explicita. Det handlar, som beskrivits ovan, om en målinriktad och strukturerad undervisning som över tid leder till ett identifierat läranderesultat (Fuchs et al., 2021). Ju större och mer ihållande en elevs behov är desto mer explicita och mer fokuserade behöver också instruktionerna bli (Fuchs & Powell,

2015). Instruktionerna ska hjälpa eleven att fokusera på centrala delar av det aktuella innehållet och ha en tydlig utformning som bygger på en stödjande process med ett uttalat mål och syfte. Eleven vägleds genom stegvisa och tydliga förklaringar och modelleringar där målet är att eleven ska kunna leda sig själv och behärska innehållet eller färdigheten. Det är ett samspel mellan lärare och elev där återkopplingen har en viktig roll (Archer & Huges, 2011). I sammanhanget är det viktigt att betona betydelsen av att insatsen utformas på ett sätt som gör att eleven kan vara aktiv genom hela lektionen. Eleven ska genomgående ges möjlighet att använda och förklara nyvunnen kunskap och insikter kring matematiska begrepp och procedurer (Fuchs et al., 2021).

En stödjande explicit instruktion kan således sammanfattas genom Huges et al. (2017) som säger:

- Tillhandahåll en väl genomtänkt sekvensering i instruktionerna.
- Uppmärksamma eleven på centrala moment genom att modellera och tänka högt tillsammans.
- Främja engagemang genom ett genomgående och systematiskt stöd som i takt med elevens utveckling trappas ned.
- Ge eleven goda möjligheter att få och svara på återkoppling.
- Skapa meningsfulla och målinriktade undervisningsstunder.

Archer & Huges (2011) beskriver de mer övergripande strategierna vid en explicit instruktion som:

1. Jag gör Läraren modellerar, förklarar och visar.
2. Vi gör Eleven provar, läraren guidar och vägleder.
3. Du gör Eleven gör på egen hand. Läraren undersöker elevens förståelse.

## **Planera en insats**

### Hitta fokusområde

Det första steget är att undersöka elevens styrkor, svårigheter och kunskapsluckor. Detta kan göras genom ett diagnostiskt material och/eller genom en analys av vilka fungerande strategier eleven har, vilka slags fel eleven gör och vilka missförstånd som eventuellt finns. Målet är att hitta arbetsuppgifter som möter elevens utmaningar. Det kan många gånger vara nödvändigt att använda delar från olika material och interventioner (Fuchs & Powell, 2015).

Studier (Burns et al., 2012) visar att elever som uppvisar svårigheter med problemlösningssuppgifter många gånger saknar de grundläggande färdigheter som krävs, exempelvis aritmetiska grundfärdigheter så som räknestrategier,



talkombinationer och algoritmer. En insats kan därför både behöva innehålla moment som eleven arbetar med i sin aktuella årskurs och mer grundläggande färdigheter som krävs för att fylla i kunskapsluckor. Det finns också studier (Burns et al., 2019) som pekar på att träningsmetoder kan ha en avlastande funktion för minnet. En metod är stegvis repetition som i korthet går ut på att strukturerat och systematiskt lägga till ett nytt moment i taget och då i kombination med det som redan är befast och välkänt.

Studier (Fuchs & Powell, 2015) som beskriver arbetet med interventioner visar att det vid planering är viktigt att ta hänsyn till den förkunskap som krävs för ett specifikt moment. Är målet exempelvis att fokusera på omgruppering vid addition av tvåsiffriga tal bör undervisningen säkerställa att eleven först behärskar addition av tvåsiffriga tal som inte kräver omgruppering som metod. I sammanhanget kan man även behöva se till att eleven har förståelse för platsvärde. Vid undervisning av nya moment kan det vara bra att utgå från enklare tal som är hanterbara och lätta att förstå för eleven. Eleven kan då fokusera på det nya som ska läras in istället för svåra uträkningar.

### **Genomföra en insats**

Även om det inte finns ett givet sätt att genomföra insatser för elever i behov av stöd i matematik så finns det moment som enligt forskning är gynnsamma att bygga in i det intensiva stödet, såsom i följande exempel. (Fuchs & Powell, 2015; Fuchs et al., 2021).

#### **Uppvärmning**

Som beskrivits tidigare i stödmaterialiet så har såväl arbetsminnet som långtidsminnet betydelse för undervisningen i matematik. Elever i matematiksvårigheter tycks många gånger ha svårare att lagra aritmetisk fakta i långtidsminnet. Istället för att det skapas starka associationer till långtidsminnet belastas de exekutiva delarna av arbetsminnet. Det innebär bland annat att dessa elever fortsatt är beroende av att räkna för att komma fram till ett svar, vilket kan leda till att de löser uppgifter långsammare och gör fler procedurella fel (De Visscher & Noël, 2013). Ett sätt att underlätta för dessa elever är att inleda varje tillfälle med en uppvärmning som syftar till att återkoppla till föregående lektions innehåll (Swanson et al., 2015). Detta hjälper eleven att komma ihåg tidigare inlärd färdigheter, begrepp och vokabulär. Återkopplingen kan exempelvis göras genom att tillsammans tänka högt kring en tidigare genomförd övning eller problemlösningsuppgift.

### Modellering – jag gör

När eleven har fått möjlighet att repetera och återkoppla följs detta av en explicit instruktion där läraren stegvis modellerar med fokus på ett specifikt begrepp, strategi, procedur eller en matematisk regel. Under denna steg-för-steg-modellering är det läraren som skriver, ritar och visar samtidigt som läraren hela tiden involverar eleven genom att ställa frågor och be om återkoppling. Det är en interaktiv process mellan lärare och elev med syftet att uppmärksamma viktiga matematiska regler samt visa metakognitiva strategier för att hantera räkneprocedurer och problembaserade uppgifter (Archer & Hughes, 2011; Fuchs & Powell, 2015).

En del i en stegvis instruktion är att ge ledtrådar som stöd på vägen. På engelska benämns detta som prompts. Syftet med ledtrådarna är att ta reda på om kunskapen eller förmågan finns. Läraren hjälper eleven att rikta sin uppmärksamhet på viktiga detaljer utan att berätta svaret (Fuchs et al., 2021). Prompts kan också utgöras av ett så kallat prompt sheet med stödjande bilder, tabeller eller begreppsförklaringar.

### Guidad praktisering – vi gör

Det finns en koppling mellan att lyckas med uppgifter i matematik och att det sker en inläring. Elever som kämpar med matematiken behöver därför ett nära stöd av sin lärare då ett nytt moment ska läras in (Archer & Huges, 2011). I den guideade praktiseringen arbetar och skriver lärare och elev tillsammans, exempelvis med en problemlösningsuppgift. Läraren ställer guidande frågor till eleven och hjälper på så vis eleven genom proceduren och till ett görande med samma steg-för-steg-procedur som vid modelleringen. Frågorna kan vara av olika karaktär, både direkta frågor såsom ”Börjar du med addition eller multiplikation i uttrycket  $4 + 6 \cdot 2$ ?” men också mer resonerande frågor som ”Hur kommer det sig att...” Detta kompletteras med anvisningar i form av ”Hitta ett värde på x”, påminnelser som ”Kom ihåg att först räkna upp till närmaste hela 10-tal” och ledtrådar som ”Titta på ditt begreppskort som handlar om area” (Archer & Hughes, 2011; Fuchs & Powell, 2015).

### Självständig praktisering – du gör

När det sedan är dags för eleven att träna på egen hand finns läraren nära till hands för att avgöra hur långt eleven har kommit i inläringen av den nya färdigheten. Låt eleven göra en sak i taget och ge kontinuerlig återkoppling. Denna kan vara bekräftande i form av ”Du använde en bra strategi när du...” men också korrigerande genom att man som lärare uppmärksammar eleven på något som gått fel. Det kan motverka att eleven hamnar i felinläringar som etablerar sig i långtidsminnet (Archer & Huges, 2011). Återkopplingen

bör innefatta både sådant som handlar om att praktiskt kunna utföra en uppgift såväl som att förstå sammanhang. Vid exempelvis en explicit återkoppling kring en algoritm med flersiffrig addition kan läraren fokusera på själva proceduren genom att ge ledtråden ”starta med entalen” och samtidigt integrera det konceptuella genom att fråga ”Vad händer när det är mer än 9 i entalen?” Det är också viktigt att uppmuntra eleven att själv förklara. Det ger läraren ytterligare möjligheter att greppa elevernas förståelse och upptäcka eventuella kunskapsluckor. I ett intensivt stöd finns det många möjligheter för eleven att förklara och internalisera matematiska processer (Fuchs & Powell, 2015).

För att sammanfatta så är det läraren som till en början leder men att eleven i allt högre utsträckning på egen hand ska kunna guida sig själv, exempelvis genom att ställa sig relevanta frågor. Vid varje nytt matematiskt moment upprepas de tre stegen som är beskrivna ovan, det vill säga läraren visar och beskriver, läraren ställer frågor till eleven om hur momentet utförs, eleven gör själv och läraren stödjer, påminner och ger återkoppling tills eleven kan själv (Archer & Huges, 2011). Tänk på att elever i matematiksvårigheter kan behöva mycket tid i den guidade praktiseringen, annars finns det en risk att elevens både muntliga och skriftliga svar på ytan kan se korrekta ut men att eleven i själva verket enbart följer ett inlärt mönster.

### Avslut och sammanfattning av lektionen

Insatsen avslutas med en kort genomgång av lektionens innehåll. Precis som i lektionens alla delar präglas även denna av interaktion mellan lärare och elev. ”Idag har vi arbetat med prioriteringsregler, det vill säga i vilken ordning man ska räkna. Vilken är nu den första regeln?”. Detta ger läraren ytterligare en chans att upptäcka och korrigera eventuella kvarstående missförstånd och få syn på elevens tankar om lektionen. Slutligen presenteras förslagsvis nästa matematiklektions syfte och mål (Fuchs & Powell, 2015).

### Utvärdera insatsen

Under implementeringen och det fortlöpande arbetet med en intervention behöver elevens progression följas upp. Det kan göras genom databaserad individualisering som kopplar samman bedömning och intervention. Databaserad i det här fallet innebär test eller typuppgifter som eleven gör med fokus på en viss kunskap eller färdighet. Informationen används sedan för att göra effektiva och skyndsamma justeringar i stödet, exempelvis genom att introducera nya representationsformer, precisera språket ytterligare, att bryta ner ett moment i ännu mindre steg eller att helt enkelt ge eleven mera tid. En analys av vilka slags fel eleven gör kan ge information kring vad det är eleven återkommande har svårt för (Powell & Stecker, 2014).

## Övergripande strategier vid en insats

Vid planering av insatser för elever i behov av stöd i matematik finns det forskning att luta sig mot gällande metoder och strategier som underlättar och stödjer inläringen. Exempel på sådan forskning finns i en sammanställning gjord i USA och som bygger på 44 studier som var och en visar på effekt. Dessa är inriktade mot elever i låg- och mellanstadiet (Fuchs et al., 2021) men rekommendationerna kan även inspirera och fungera vid insatser för äldre elever. Det finns exempel på studier som är gjorda på äldre elever där explicita instruktioner lyfts fram som en framgångsfaktor. Exempel på det är Watt et al. (2016) där forskarna gjorde en genomsyn av 15 studier där fokus var framgångsrik undervisning i algebra. Användandet av visuella representationsformer och heuristiska strategier återfanns i flertalet av studierna. Heuristiska strategier innebär att eleven får olika lösningförslag presenterade för sig, utvärderar de olika förslagen och kommer fram till en bra och fungerande lösning. Explicita instruktioner var dock den enda strategin som iaktogs i samtliga studier.

Sammanställningen av ovan nämnda 44 studier har resulterat i följande sex rekommendationer.

### Systematiska instruktioner

Ge systematiska och explicita instruktioner under interventionen för att utveckla elevernas förståelse av matematiska idéer. Det avsnitt som ovan heter Intensiva insatser har systematiska och explicita instruktioner som utgångspunkt. Arbetet med explicita instruktioner finns också beskrivet i den del som heter Att tillgodose behov av stöd i matematikundervisningen.

### Specifikt och korrekt språk

En viktig del i modellering handlar om att undervisa i det matematiska språket för att stödja elevens förståelse för det matematiska område som ska läras in. Att enbart tillhandahålla en definition är inte tillräckligt, utan ord och termer måste kopplas till konkreta och halvkonkreta representationsformer. Ett tydligt och specifikt språk underlättar och förstärker elevens förståelse för viktiga matematiska ord. Detta inkluderar vokabulär, terminologi och språkliga strukturer som leder elever rätt när de ska tänka, prata och skriva matematik. Det är genom lärarens modellering och användning av specifikt språk som eleven leds in i att själv använda rätt ord, både i sina muntliga och skriftliga svar och beskrivningar, som i exemplet "Vad händer när det är mer än 9 i entalen?" Istället för att nöja sig med "vad händer när det är mer än en 9:a där?" upprepar man ordet ental gång på gång. Genom att lärare och elev använder samma vokabulär

minskar risken för missförstånd och felinläringar. På vägen dit kan eleven behöva stödjande strukturer, exempelvis i form av färdiga frågor att ställa sig vid en matematisk metod eller förslag på färdiga inledningar vid svar. För att stödja elevers lärande över tid kan man på skolan skapa en gemensam ordlista med matematiska termer som i takt med årskurserna byggs på (Fuchs et al., 2021).

### **Väl valda representationsformer**

Elever i matematiksvårigheter behöver möta relevanta sätt att representera matematiska begrepp. Detta för att eleven på sikt ska få ökad förståelse för matematikens abstraktion. Begrepp är mänskliga tankekonstruktioner och kan betraktas som matematikens byggstenar. Ett matematiskt begrepp kan vara ett matematiskt objekt som en kvadrat, en process som subtraktion eller en egenskap som volym (Bergius et al., 2019).

Ett exempel på att modellera är att utgå från laborativt material och en intensifiering av ett stöd kan handla om att hitta nya sätt att representera ett begrepp. Har eleven exempelvis till största del fått möta bråkcirklar som en inledande presentation av bråkbegreppet är det förmodligen gynnsamt att i det intensiva stödet utvidga detta till ytterligare laborativt material som exempelvis cuisenairestavar eller tallinjen.

I sammanhanget är det viktigt att inte stanna vid konkreta representationer utan att också undervisa i övergången till det abstrakta, det vill säga halvkonkreta representationer. Konkreta och halvkonkreta representationer utgör tillsammans kraftfulla verktyg för att göra matematiken mer tillgänglig (Fuchs et al., 2021). Den halvkonkreta nivån medför en symbolisk representation av konkreta föremål, men symbolerna ser inte ut som föremålen utan består av informella symboler som till exempel ringar eller streck, det vill säga ikoniska representationer. Olsson & Sterner (2021) beskriver att detta ska bidra till att eleven utvecklar inre föreställningar, sitt tänkande och sin språkliga uttrycksförmåga. Elever i matematiksvårigheter behöver instruktioner i att använda tänkta representationsformer som gynnar deras lärande. De behöver dessutom kontinuerligt möta ett urval av representationsformer med syftet att fördjupa sin kunskap kring ett matematiskt begrepp (Fuchs et al., 2021).

### **Tallinjen**

Tallinjen är unik därför att den kan användas för att representera såväl heltal som rationella och irrationella tal samtidigt. Tallinjen kan vara ett kraftfullt verktyg för att hjälpa elever att utveckla förståelse för exempelvis talens uppbyggnad, bråkräkning och räkning med negativa tal. Studier visar att vid

interventioner där läraren kontinuerligt använder tallinjen utvecklas elevens förmåga att visualisera tallinjen för att exempelvis avgöra storleken på ett bråktalet eller överväga rimligheten i ett svar (Fuchs et al., 2021). Läraren bör ge eleven många tillfällen att utveckla en förståelse för grundläggande idéer som är relaterade till tallinjen, exempelvis genom att ställa stödjande frågor och genom att få eleven att tänka högt (Lannin et al., 2020).

### **Textuppgifter**

För elever i matematiksvårigheter kan textbaserade uppgifter många gånger innebära svårigheter. Det handlar om att kunna läsa och förstå det matematiska problemet, förstå vad som efterfrågas och identifiera ett eller flera lösningsalternativ. En rekommendation är därför att ägna delar av en insats åt vägledning kring just textuppgifter. Ett första steg kan vara att göra eleven uppmärksam på uppgifter som är uppbyggda på liknande sätt. För elever som är i stort behov av vägledning och instruktion presenteras en problemtyp och ett förslag på lösning åt gången. Efter hand kan elevens förmåga att identifiera relevant information utvecklas genom att variera sättet att ge informationen. En central del i arbetet med textuppgifter är att undervisa eleven i vanligt förekommande ord och termer. Läraren kan hjälpa eleven genom att i förväg beskriva ord som kan vara svåra att förstå och att genomgående uppmärksamma och upprepa det som är viktigt och meningsbärande. Ett sista steg kan vara att inkludera både nyligen och tidigare inlärd typer av textuppgifter (Fuchs et al., 2021).

### **Aktiviteter på tid**

Regelbundna aktiviteter på tid är ett sätt att skapa flyt i det matematiska kunnandet. Exempel på detta är en övning på datorn i multiplikationstabellen eller enhetslära (Fuchs et al., 2021).

## Referenser

- Archer, A. L. & Huges, C. A. (2011). *Explicit instruction. Effective and efficient teaching*. The Guilford Press.
- Bergius, B., Helenius, O., Rystedt, E. & Trygg, L. (2019). Begrepp och representationer. *Matematik. Didaktiska perspektiv på matematikundervisningen 1. Del 8. Begrepp och representationer*. [Läroobjekt]. Skolverket. Hämtad 3 mars 2022. [https://larportalen.skolverket.se/#/modul/1-matematik/Grunds%C3%A4rskola/460\\_didaktiskaperspektivpamatematikundervisningen1\\_SAR/8\\_begreppochrepresentationer/](https://larportalen.skolverket.se/#/modul/1-matematik/Grunds%C3%A4rskola/460_didaktiskaperspektivpamatematikundervisningen1_SAR/8_begreppochrepresentationer/)
- Björn, P. M., Aro, M., Koponen, T., Fuchs, L. S. & Fuchs, D. (2018). Response-to-intervention in Finland and the United States: Mathematics learning support as an example. *Frontiers in Psychology*, 9. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00800>
- Burns, M. K., Aguilar, L.N., Young, H., Preast, J. L., Taylor, C. N. & Walsh, A. D. (2019). Comparing the effects of incremental rehearsal and traditional drill on retention of mathematics facts and predicting the effects with memory. *American Psychological Association*, 34(5), 521–530.
- Burns, M. K., Kanive, R. & DeGrande, M. (2012). Effect of a computer-delivered math fact intervention as a supplemental intervention for math in third and fourth grades. *Remedial and Special Education*, 33(3), 184–191. doi:10.1177/0741932510381652
- De Visscher, A. & Noël, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex; a journal devoted to the study of the nervous system and behavior*, 49(1), 50–70.
- Fuchs, D., Fuchs, L.S. & Compton, D.L. (2012). Smart RTI: A next-generation approach to multilevel prevention. *Exceptional Children*, 78(3), 263–279.
- Fuchs, L. S., Newman-Gonchar, R., Schumacher, R., Dougherty, B., Bucka, N., Karp, K. S., Woodward, J., Clarke, B., Jordan, N. C., Gersten, R., Jayanthi, M., Keating, B. & Morgan, S. (2021). *Assisting students struggling with mathematics: Intervention in the elementary grades (WWC 2021006)*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.

- Gersten, R., Beckmann, S., Clarke, B., Foegen, A., Marsh, L., Star, J. R. & Witzel, B. (2009). *Assisting students struggling with mathematics: Response to intervention (RTI) for elementary and middle schools (NCEE 2009-4060)*. National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE), Institute of Education Sciences, U.S. Department of Education.
- Hughes, C-A. & Morris, J-R. (2017). Explicit instruction: Historical and contemporary contexts. *Learning Disabilities Research & Practice*, 32(3), 140–148.
- Lannin, J. K., van Garderen, D. & Kamuru, J. (2020). Building a strong conception of the number line. *Mathematics Teacher: Learning & Teaching*, 113(1), 18–24. <https://doi.org/10.5951/mtlt.2019.0061>
- Nilvius, C. (2018). Response-to-intervention (RTI) i svensk skolkontext. *Dyslexi: aktuellt om läs- och skrivsvårigheter*, 23(4), 6–13.
- Nilvius, C. (2022). *Response to intervention – en specialdidaktisk modell för att förebygga lässvårigheter: Från samlat forskningsläge till tillämpning i svensk skolkontext*. [Doktorsavhandling]. Linnéuniversitetet. <https://lnu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1659786&dswid=-8238>
- Nordström, T. & Svensson, I. (2017). Response to intervention (RTI) och assisterande teknik. *Dyslexi: aktuellt om läs- och skrivsvårigheter*, 2, 21–27.
- Olsson, I. & Sterner, G. (2021). *Utveckla matematiska tänkande i förskoleklass. Extra anpassningar och särskilt stöd*. Natur och Kultur.
- Powell, S. R. & Fuchs, L. S. (2015). Intensive intervention in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 30(4), 182–192.
- Powell, S. R. & Stecker, P. M. (2014). Using data-based individualization to intensify mathematics intervention for students with disabilities. *Teaching Exceptional Children*, 46(4), 31–37. doi:10.1177/0040059914523735
- Roos, H. & Bagger, A. (2022). Explicit instruction and special educational needs in mathematics in early school years. *Twelfth Congress of the European Society of Research in Mathematics Education (CERME12)*, hal-03745125
- Skolverket. (2022). *Kommentarer till Skolverkets allmänna råd om arbete med extra anpassningar, särskilt stöd och åtgärdsprogram*.
- Specialpedagogiska skolmyndigheten. (2020). *Stödmaterial matematiksvårigheter. Del 2. Att tillgodose behov av stöd i matematik*.



Swanson, H. L., Lussier, C. M. & Orosco, M. J. (2015). Cognitive strategies, working memory, and growth in word problem solving in children with math difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 48*, 339–358. doi:10.1177/0033319413498771

Watt, S. J., Watkins, J. R. & Abbitt, J. (2016). Teaching algebra to students with learning disabilities: Where have we come and where should we go? *Journal of Learning Disabilities, 49*(4), 437–447. <https://doi.org/10.1177/0022219414564220>

## Bildbilaga

**Bild 1 Delar i en intensiv insats**

Att planera för en intensiv intervention	Att genomföra en intensiv intervention		Att följa upp en intensiv intervention
	Aktiviteter	Intensifiering	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Genomför en diagnostisk bedömning</li> <li>• Börja med en intervention på nivå 2</li> <li>• Planera omfång och sekvensering.</li> <li>• Fokusera på grundläggande kunskaper och bärande idéer</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Inled med en uppvärmning</li> <li>• Ge explicit instruktion</li> <li>• Ge stegvisa Instruktioner</li> <li>• Guida eleven: jag gör – vi gör – du gör</li> <li>• Ge snabb och kontinuerlig återkoppling</li> <li>• Visa på samband mellan begrepp och procedurer</li> <li>• Erbjud repetition</li> <li>• Avsluta med ett motivationshöjande inslag</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bryt ner i mindre steg</li> <li>• Använd ett tydligt språk</li> <li>• Upprepa ord och begrepp</li> <li>• Låt eleven förklara</li> <li>• Modellera</li> <li>• Använd laborativt material</li> <li>• Utgå från lösta exempel</li> <li>• Ge tid till träning</li> <li>• Korrigera felaktigheter</li> <li>• Fasa ut stödet</li> <li>• Sträva mot flyt</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Följ upp effekten av interventionen</li> <li>• Justera interventionen utifrån mätbara resultat och observationer</li> </ul>

*Kommentar:* Med tillåtelse och fritt översatt från Powell & Fuchs (2015).

**Bild 2 Exempel på konkreta och halvkonkreta representationsformer**

Matematiska begrepp och metoder	Konkret	Halvkonkret
Räkning / skutträkning Addition Subtraktion Multiplikation Division Likhet	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tiobasmaterial</li> <li>• Multilink</li> <li>• Cuisenairestavar</li> <li>• Pärlor</li> <li>• Två-färgade brickor</li> <li>• Bönor och askar</li> <li>• Mosaikplattor</li> <li>• Balansvåg med vikter</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Hundraruta</li> <li>• Femrutor</li> <li>• Tiorutor</li> <li>• Dubbla tiorutor</li> <li>• Blockmodeller</li> <li>• Rutnät</li> </ul>
Positionssystemet Decimaler och beräkning med decimaler	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tiobasmaterial</li> <li>• Mosaikplattor</li> <li>• Multilink</li> <li>• Tiobasmaterial</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Platsvärdestabell</li> <li>• 10-basbilder</li> <li>• 100-ruta</li> <li>• Procentcirkel</li> </ul>
Bråk och beräkningar med bråk Data Kvoter och förhållanden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuisenairestavar</li> <li>• Multilink</li> <li>• Mönsterblock</li> <li>• Bråkplattor</li> <li>• Bråkcirklar</li> <li>• Två-färgade markörer</li> <li>• Mosaikplattor</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tabeller</li> <li>• Tallinjer</li> <li>• Blockmodeller</li> <li>• Stapeldiagram</li> <li>• Punktdiagram</li> </ul>
Mönster Geometri Diagram och tabeller Area och omkrets Volym och rymd Spegelsymmetri Mätning av längd Tvådimensionella former Tredimensionella former	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mönsterblock</li> <li>• Mosaikplattor</li> <li>• Multilink</li> <li>• Linjal och måttband</li> <li>• Geometriska kroppar</li> <li>• Gradskiva, vinkellinjal</li> <li>• Måttsats och måttbägare</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bilder av geometriska figurer</li> <li>• Rutat papper i olika storlekar</li> <li>• Tallinjer</li> <li>• Isometriskt prickpapper</li> </ul>
Observera: denna tabell är inte en komplett lista över alla representationer eller motsvarande matematiska begrepp och procedurer.		

*Kommentar:* Med tillåtelse och fritt översatt från Fuchs et al. (2021).

**Bild 3 Rekommendationer vid stödinsatser**

Rekommendationer vid stödinsatser	Bevisnivå		
	Svag	Mellan	Stark
1. Systematisk instruktion: Ge systematiska instruktioner under interventionen för att utveckla elevernas förståelse av matematiska idéer			X
2. Matematiskt språk: Lär eleverna att använda ett tydligt och korrekt matematiskt språk för att hjälpa dem att effektivt kommunicera och visa sin förståelse av matematiska begrepp.			X
3. Representationsformer: Använd noggrant urvalda konkreta och halvkonkreta representationsformer för att stödja elevernas inläring av matematiska begrepp och procedurer.			X
4. Tallinjer: Använd tallinjer för att stödja inläring av matematiska begrepp och procedurer, för att bygga upp förståelse för årskursens innehåll och för att förbereda elever för mer avancerad matematik.			X
5. Textuppgifter: Tillhandahåll väl genomtänkt undervisning när eleverna löser textuppgifter för att fördjupa elevernas matematiska förståelse och stödja deras förmåga att tillämpa matematiska idéer.			X
6. Aktiviteter på tid: Genomför regelbundet aktiviteter på tid som ett sätt att skapa flyt i det matematiska kunnandet. (Exempelvis en drillövning på datorn i multiplikationstabellen eller enhetslära)			X

*Kommentar:* Med tillåtelse och fritt översatt från Fuchs et al. (2021).